Paolo Perfetti, Dipartimento di matematica, II Università degli Studi di Roma, facoltà di Ingegneria

Compito di Analisi III per Ingegneria Online (Gestionale e Informatica) 07–12–07

Soluzioni

• 1) Sia data la seguente funzione $f(x,y) = 3x^2 + y^2 + 2x^3 y$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

R1 tutti i punti critici sono minimi relativi R2 La funzione non ha nessun punto stazionario (o critico) R3 La funzione ha due punti di massimo relativo nei punti $(0,0)$ e $(-1,1)$ e un punto di sella R4 La funzione ha solo due punti critici e sono due punti di sella R5 La funzione ha un minimo relativo e due punti di massimo. I punti di massimo sono rispettivamente $(-1,1)$, e $(1,-1)$ R6* La funzione ha un minimo relativo e due punti di sella. I punti di sella sono rispettivamente $(-1,1)$, e $(1,-1)$ R7 nessuna delle altre

• 2) Sul retro del foglio si dia una stima del δ_ε che entra nella definizione di continuità nell'origine ossia $\forall\, \varepsilon > 0\ \exists\, \delta_\varepsilon > 0 : |\underline{x}| < \delta_\varepsilon \ \Rightarrow\ |f(x,y)| < \varepsilon$

• 3) Per ciascuna delle seguenti funzioni si dica se ammette limite $(x,y) \to (0,0)$ $f_1 = \dfrac{x \sin\sqrt{|x|}}{|x|^2 + |y|}$, $f_2 = \dfrac{1 - \cos(x^2 y^2)}{x^4 + y^4}$, $f_3 = \dfrac{\sin(x \tan y^2)}{x^2 + y^2}$

R1 f_3 si, f_2 si, f_1 si R2 f_3 si, f_2 no, f_1 no R3* f_3 si, f_2 si, f_1 no R4 f_3 no, f_2 no, f_1 no R5 f_3 no, f_2 no, f_1 si R6 f_3 si, f_2 no, f_1 si R7 nessuna delle altre

• 4) Sia data la funzione $f(x,y,z) = (y - e + x \ln y)^{x y z}$ Allora f_x, f_y, f_z, calcolate nel punto $(1,e,1)$ valgono

R1 $(e,e,0)$ R2 $(e+1,0,2e)$ R3 $(1,e-1,0)$ R4* $(e,e+1,0)$ R5 $(0,e,0)$ R6 $(1,1,e)$ R7 nessuna delle altre

• 5) Si calcoli il volume, detto V, dello spazio finito individuato dal cilindro di equazione $x^2 + y^2 = 4$ e dai paraboloidi $\dfrac{x^2}{4} + y^2 = z$, $x^2 + 4y^2 = z$.

R1 18π R2 6π R3* 15π R4 12π R5 2π R6 4π R7 nessuna delle altre

• 6) Sia S la superficie che contiene V al suo interno. Si calcoli l'area della superficie laterale di S.

R1 15π R2* 30π R3 4π R4 2π R5 π R6 20π R7 nessuna delle altre

• 7) Sia data la funzione $f(x,y,z) = \sin(x + y + z - 1 - e)\ln(y) z^2$ Allora f_x, f_y, f_z, calcolate nel punto $(0,e,1)$ valgono

R1* $(1,1,1)$ R2 $(1,0,2e)$ R3 $(1,e,0)$ R4 $(e,1,0)$ R5 $(0,e,0)$ R6 $(1,1,e)$ R7 nessuna delle altre

• 8) Si calcoli l'integrale doppio $\int\int_D 21 y^2 dxdy$ dove D è la regione racchiusa dalle rette $y = \pm 1$, e dalle parabole $|y| = x^2$

R1 1/2 R2 3/5 R3 6 R4 15 R5 18 R6 4 R7* nessuna delle altre

• 9) Si consideri sul piano di equazione $x + y + z = 0$ quella curva, detta γ, la cui proiezione sul piano (x,y) ha come supporto il triangolo di vertici i punti $(1,0)$, $(0,1)$, $(0,0)$. La curva è percorsa in modo tale che sul piano (x,y) il supporto è percorso in senso antiorario. Si calcoli $\oint_\gamma \omega$ dove $\omega = x dy + xyz dz$

R1 -4 R2 3 R3 2 R4 1 R5* 1/2 R6 0 R7 nessuna delle altre

• 10) Si calcoli l'integrale della forma differenziale $\frac{y+x}{x^2+y^2} dx + \frac{y-x}{x^2+y^2} dy$ lungo la curva, percorsa in senso antiorario, il cui sostegno è dato dall'ellisse $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$

 esclusivamente per uso personale, è vietata ogni forma di commercializzazione

R1 2π R2 0 R3 π R4* -2π R5 3π R6 $-\pi$ R7 nessuna delle altre